

Estas tareas corresponden a la 3ª EVALUACIÓN.

Se adjuntan bastantes ejercicios para aquellos alumnos que quieran seguir practicando dependiendo de su situación.

Se valorará un trabajo mínimo razonable.

Se añadirá alguna otra tarea dependiendo del confinamiento.

Las tareas se encuentran también en [www.planetapi.es](http://www.planetapi.es)

**Enlaces de ayuda:**

Hallar ecuación de la recta <https://youtu.be/YaF9yWOrSh0>

Funciones lineales <https://youtu.be/ACErHP3qzmA>

Funciones cuadráticas. Parábola. <https://youtu.be/J3qQWvxqFI4>

Hipérbola [https://youtu.be/hS\\_JzPc7Yx8](https://youtu.be/hS_JzPc7Yx8)

**Enlaces incidencias iPasen:**

iPasen registro en móvil: <https://youtu.be/SiGPrsi2Wgc>

iPasen registro en Ordenador Personal: <https://youtu.be/3z6eWjQWnuc>

# 3º ESO - Funciones

www.planetapi.es

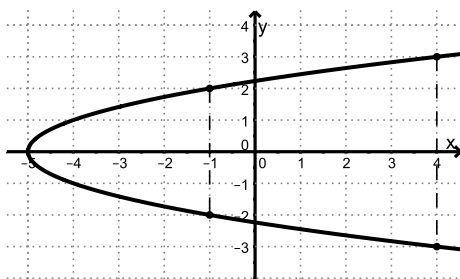
17 de marzo de 2020

## 1. Funciones

Una **función** es una relación entre dos variables de forma que a cada valor de la variable independiente  $x$  le corresponde como mucho **un único valor** de la variable dependiente  $y$ .

El **dominio** de una función  $y = f(x)$  es el conjunto de valores que toma la variable independiente  $x$ . Lo denotamos por  $Dom f(x)$

La **imagen o recorrido** de una función es el conjunto de valores que toma la variable dependiente  $y$ . Lo denotamos por  $Im f(x)$ .



En este capítulo designaremos  $x$  a la variable independiente e  $y$  a la variable dependiente.

*Esta gráfica no corresponde a una función, pues existen valores como  $x = -1$  o  $x = 4$  a los que les corresponde más de una valor de la  $y$ .*

Una función se puede expresar por un **enunciado**, una **tabla**, una **gráfica** y una **fórmula** o **expresión algebraica**, como veremos en adelante.

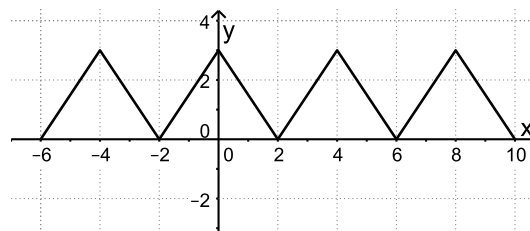
### 1.1. Continuidad

Una **función es continua** si la gráfica se puede dibujar de un solo trazo, sin levantar el lápiz del papel.

Una **función es discontinua** si la gráfica no se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel.

### 1.2. Funciones periódicas

Son aquellas cuya gráfica se repite en intervalos  $[a, b]$  de amplitud constante. Esta longitud se llama **periodo**  $T = b - a$ .



*Localizando dos puntos en los que se repite el dibujo, vemos que esta gráfica es periódica de periodo  $T = 6 - 2 = 4$*

## 2. Características de las funciones

### 2.1. Monotonía. Máximos y mínimos

Una gráfica es **creciente** cuando, al aumentar los valores de  $x$ , aumentan los de  $y$ .

Una gráfica es **decreciente** cuando, al aumentar los valores de  $x$ , disminuyen los de  $y$ .

**Máximo relativo:** punto en la función es mayor que en los puntos de su entorno. En él la función pasa de ser creciente a decreciente.

**Mínimo relativo:** punto en que la función es menor que en los puntos de su entorno. En él la función pasa de ser decreciente a creciente.

**Máximo absoluto:** Es el mayor de los valores de la función.

**Mínimo absoluto:** Es el menor de los valores de la función.

### 2.2. Concavidad y convexidad

Una función es **convexa** si su gráfica tiene forma de letra U.

Una función es **cóncava** si su gráfica tiene forma de letra U invertida.

**Nota:** En ambos casos suponemos que observamos la gráfica desde abajo,  $-\infty$  en Eje Y.

### 2.3. Puntos de corte con los ejes

**Corte con Eje X:** Hacemos  $y = 0$  y resolvemos la ecuación. **Corte con Eje Y:** Hacemos  $x = 0$  en la función.

EJEMPLO:

Halla los puntos de corte de la función  $y = x^2 - 2x - 3$  con los ejes.

**Corte con eje X:**

Si  $y = 0$  entonces  $x^2 - 2x - 3 = 0$  luego

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} =$$

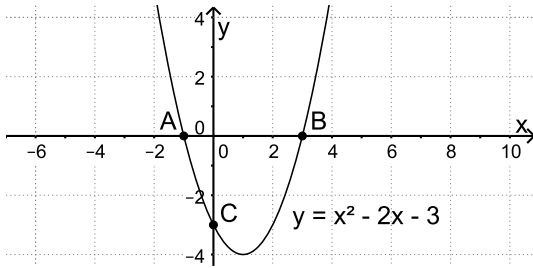
$= 3$  y  $-1$

Los puntos de corte son  $A(-1, 0)$  y  $B(3, 0)$ .

**Corte con eje Y:**

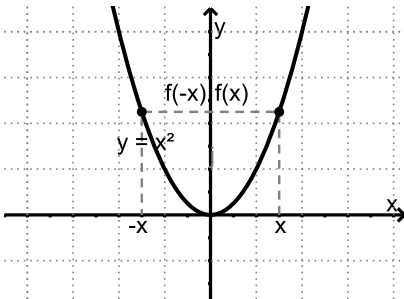
Si  $x = 0$  entonces  $y = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = -3$

Otro punto de corte es  $C(0, -3)$



**2.4. Simetría respecto del eje de ordenadas**

Una función es Par si es simétrica respecto al eje Y. Es cumple que  $f(-x) = f(x)$ .

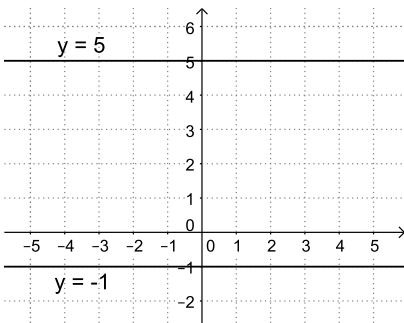


**3. Funciones constantes y lineales**

**3.1. Restas horizontales y verticales**

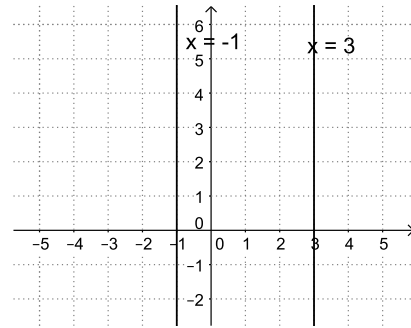
La ecuación de una **recta horizontal** es  $y = k$ . Corta al eje Y en la ordenada  $k$ .

**Ej.:** El eje X es  $y = 0$



La ecuación de una **recta vertical** es  $x = k$ . Corta al eje X en la abscisa  $k$ .

**Ej.:** El eje Y es  $x = 0$



**3.2. Función lineal o de proporcionalidad directa**

Es una expresión del tipo  $y = mx$  donde  $m \neq 0$  es la **constante de proporcionalidad directa o pendiente**

Su gráfica es una recta que pasa por  $O(0, 0)$

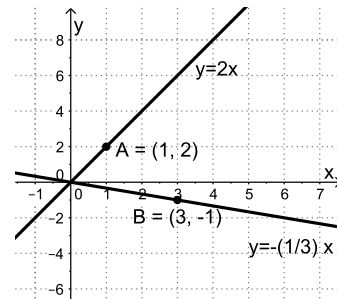
Si la pendiente es positiva  $m > 0$ , la recta es **creciente**.

Si la pendiente es negativa  $m < 0$ , la recta es **decreciente**.

**EJEMPLO:**

Como en  $y = 2x \Rightarrow m = 2 > 0 \Rightarrow$  CRECIENTE

Como en  $y = -\frac{1}{3}x \Rightarrow m = -\frac{1}{3} < 0 \Rightarrow$  DECRECIENTE



**4. Función afín**

Una función afín es una recta  $r$  tiene por ecuación

$$y = mx + n$$

donde  $m$  y  $n$  son números reales no nulos.

Su gráfica es una recta de pendiente  $m$  y cuya **ordenada en el origen** es  $n$ , es decir, pasa por  $P(0, n)$ .

La **ecuación general** de la recta  $r$  es

$$ax + by = c$$

La **ecuación punto-pendiente** de la recta  $r$  es:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

donde  $P(x_0, y_0)$  es un punto de la recta  $r$  y  $m$  su pendiente.

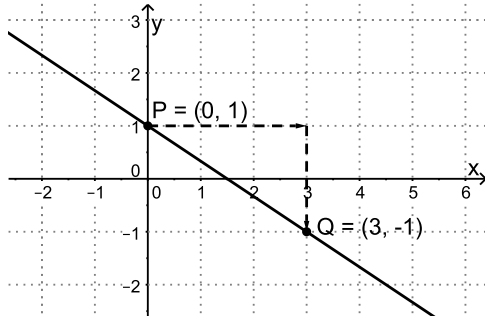
EJEMPLO:

Dibuja la recta  $y = -\frac{2}{3}x + 1$ , halla la pendiente  $m$  y la ordenada en el origen.

**Método A:**

La pendiente es  $m = -\frac{2}{3}$  y la ordenada en el origen  $b = 1$  (luego pasa por  $P(0, 1)$ ).

Nos situamos en  $P(0, 1)$ , avanzamos 3 unidades a la derecha (como indica el denominador) y bajamos (pues  $m$  es negativa) 2 unidades. Obteniendo el punto  $Q(3, -1)$ . Uno los puntos.



**Método B:**

Hallo dos puntos de la recta y la dibujo los uno.

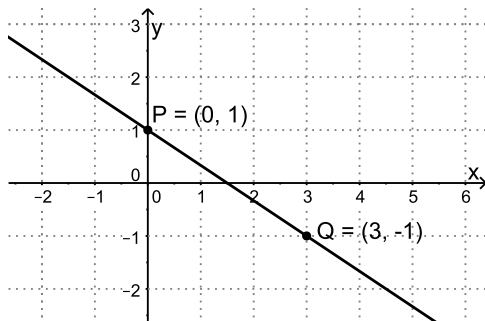
x	$y = -\frac{2}{3}x + 1$
0	1
3	-1

Tenemos entonces  $P(0, 1)$  y  $Q(3, -1)$ .

#### 4.1. Pendiente de la recta que pasa por dos puntos

Dados dos puntos  $A(x_1, y_1)$  y  $B(x_2, y_2)$ , la pendiente de la recta que los une es

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



### 5. Función cuadrática

Una **función cuadrática** es una expresión del tipo:

$$y = ax^2 + bx + c$$

donde  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$  son números reales.

Su gráfica es una **parábola**

Si  $a > 0$ , las ramas de la parábola van **hacia arriba**

Si  $a < 0$ , las ramas de la parábola van **hacia abajo**

El **vértice** es el punto

$$V(v_1, v_2)$$

donde  $v_1 = -\frac{b}{2a}$  y  $v_2 = f(v_1)$

Tiene un eje vertical de simetría de ecuación  $x = -\frac{b}{2a}$

Los **cortes con los ejes** se obtienen hallando  $(0, c)$  para el corte con el eje Y; y resolviendo la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$  para el posible corte con el eje X.

Opcionalmente podemos hacer una pequeña **tabla de valores** para completar la información.

[www.planetapi.es/2014/12/09/la-parabola/](http://www.planetapi.es/2014/12/09/la-parabola/)

### 6. Función de proporcionalidad inversa

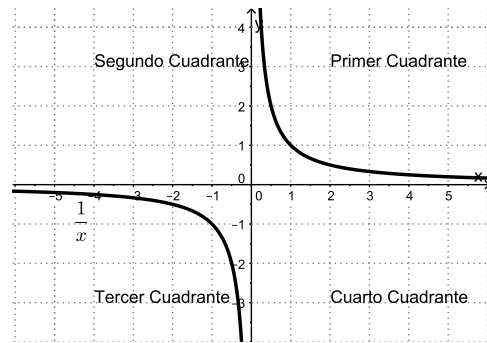
Es una expresión del tipo

$$y = \frac{k}{x}$$

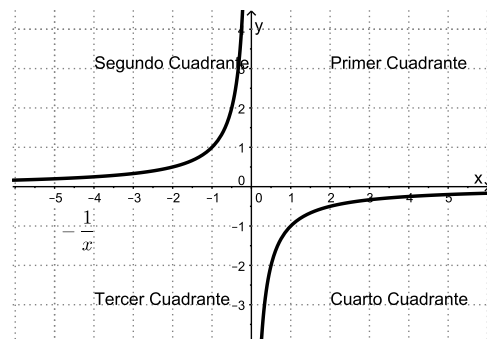
donde  $k \neq 0$  es la **constante de proporcionalidad inversa**.

Su gráfica es una **hipérbola**, que es discontinua en  $x = 0$  y tiene como asíntotas los ejes y es simétrica respecto del origen de coordenadas  $O(0, 0)$ .

Si  $k > 0$ , la hipérbola está en el primer y tercer cuadrante y es **decreciente**.



Si  $k < 0$ , la hipérbola está en el segundo y cuarto cuadrantes y es **creciente**.



Para dibujarla se hace una tabla de valores. Los valores más cómodos son los divisores de  $k$ .

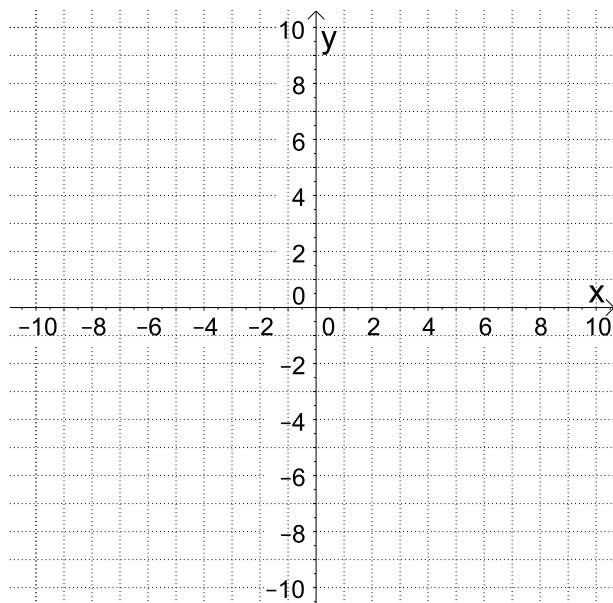
## 7. Ejercicios

1. Representa las rectas de pendiente  $m$  y ordenada en el origen "n". Escribe su ecuación.

a)  $m = \frac{-2}{3}, n = 2$

b)  $m = 3, n = -3$

c)  $m = \frac{1}{2}, n = 1$

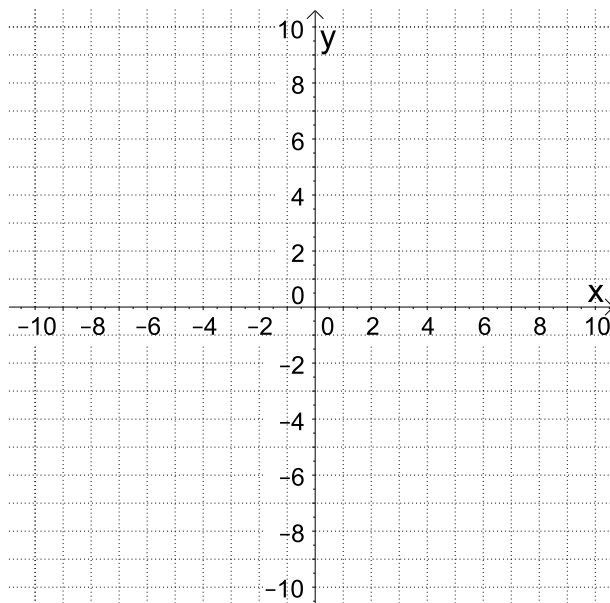


2. Representa las siguientes parábolas realizando los pasos adecuados.

a)  $y = -2x^2 + 12x - 10$

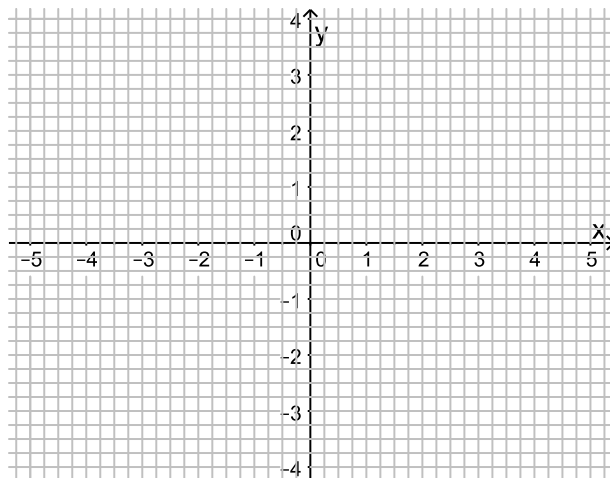
b)  $y = (1/4)x^2 - 2x + 3$

c)  $y = x^2 - 4x + 5$



3. Realiza una tabla de valores y representa la hipérbola

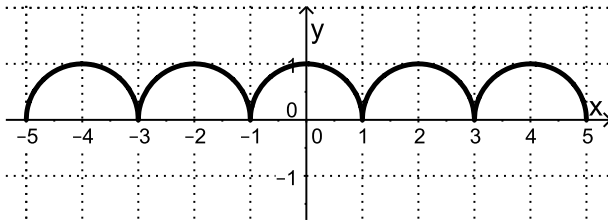
$$y = \frac{1}{x}$$



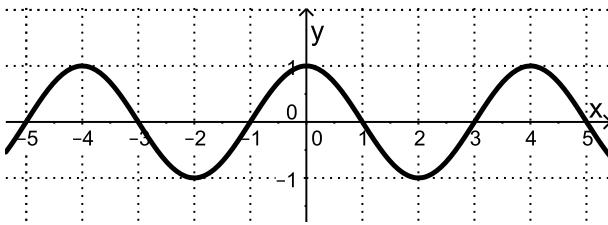
$x$	$y = \frac{1}{x}$
4	
2	
1	
$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{4}$	
0	
$-\frac{1}{4}$	
$-\frac{1}{2}$	
-1	
-2	
-4	

4. Analiza si las siguientes gráficas son periódicas y señala sobre la gráfica con colores que tramos son cóncavos y cuales convexos:

a) Periodo  $T =$   
 $Dom f(x) =$   
 $Im f(x) =$   
 ¿Es Continua? ¿por qué?



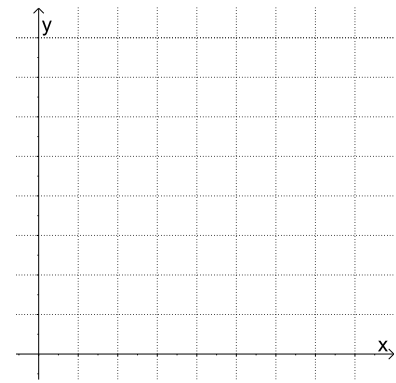
b) Periodo  $T =$   
 $Dom f(x) =$   
 $Im f(x) =$   
 Señala sobre la gráfica los máximos y mínimos relativos.



5. Un funicular emplea 10 min en subir desde la base de una montaña a la cima, que se encuentra a 500 m. espera 20 min y vuelve a bajar en otros 10 min. en la base espera 20 min y comienza de nuevo el recorrido.

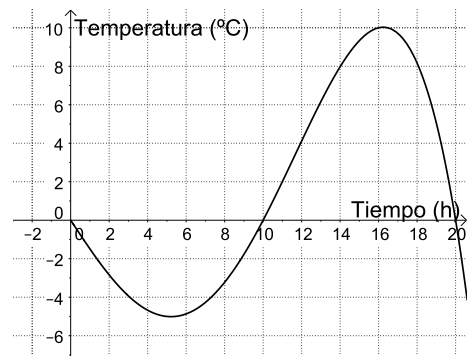


- Representa la función que expresa la altura a la que se encuentra el funicular en función del tiempo.
- Analiza si la función es continua y periódica.



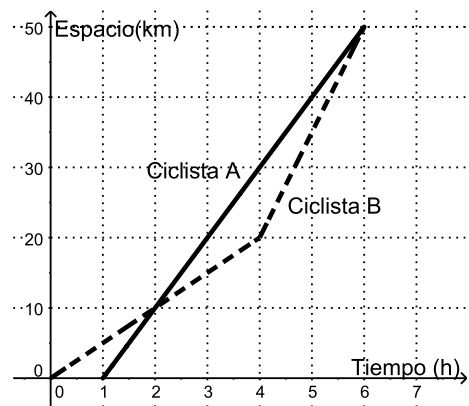
6. La gráfica adjunta recoge la evolución de la temperatura en una ciudad durante las 24 horas de un día.

- ¿En qué momento del día se alcanzó la temperatura máxima? ¿Y la mínima?
- ¿En qué intervalos del día aumenta la temperatura?
- ¿En cuáles disminuye?
- ¿En qué momentos se hace cero la temperatura?

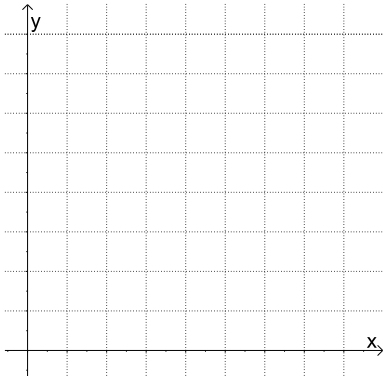
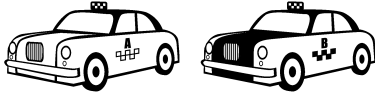


7. Las gráficas siguientes recogen el recorrido de dos ciclistas. Analízalas y contesta:

- ¿Qué distancia recorren?
- ¿Salen a la vez?
- ¿Qué ciclista ha ido más rápido?
- ¿Se encuentran en algún momento?

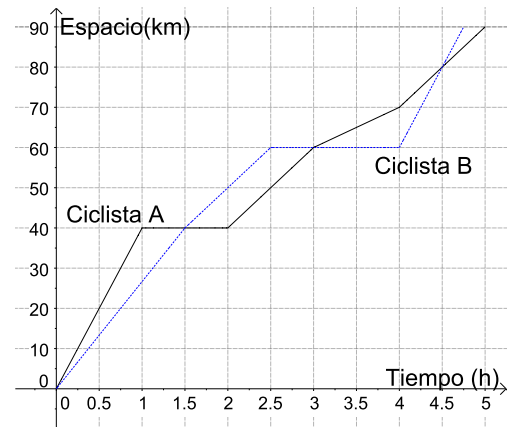


8. En una pequeña isla hay dos compañías de taxi. La compañía A cobra 1,5 € por la bajada de bandera y 0,35 € por cada kilómetro recorrido. La compañía B cobra 2,5 € por la bajada de bandera y 0,25 € por kilómetro recorrido. Representa las gráficas de las funciones del coste de un viaje en función de los kilómetros recorridos para cada compañía, y deduce qué compañía es más económica para hacer un viaje.



9. Las gráficas siguientes recogen el recorrido de dos ciclistas. Analízalas y contesta:

- ¿Qué distancia recorre cada uno?
- ¿Salen a la vez?
- ¿Qué ciclista ha ido más rápido?
- ¿Dónde han llegado?
- ¿Han descansado en algún momento?
- ¿Se encuentran en algún momento?



10. Representa las siguientes rectas conocidas su pendiente  $m$  y su ordenada en el origen  $n$ .

a)  $m = \frac{-3}{4}$ ,  $n = 5$

b)  $m = \frac{+2}{3}$ ,  $n = -2$

c)  $m = \frac{+1}{3}$ ,  $n = -2$

